

А. Л. ДЕРЕЦЬ, А. В. САДОВОЙ

КОРРЕКЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, СИНТЕЗИРОВАННЫХ МЕТОДОМ N-I ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

Методом $N-i$ переключений осуществлён синтез параметров каскада релейных регуляторов при варьировании расчётной амплитуды управляющего воздействия. Выполнено исследование переходных процессов систем третьего порядка для случаев управления нейтрально-устойчивым объектом и позиционным электроприводом. Анализ семейств переходных функций позволил выявить устойчивую зависимость времени регулирования от расчётной амплитуды управления. Экстремальный характер такой зависимости позволил обосновать методику коррекции параметров, обеспечивающую приближение быстродействия системы к оптимальному.

Ключевые слова: метод $N-i$ переключений, релейный регулятор, скользящий режим, позиционный электропривод, оптимизация по быстродействию.

О. Л. ДЕРЕЦЬ, О. В. САДОВОЙ

КОРЕКЦІЯ ПАРАМЕТРІВ КВАЗІОПТИМАЛЬНИХ ЗА ШВИДКОДІЄЮ РЕЛЕЙНИХ СИСТЕМ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ, СИНТЕЗОВАНИХ МЕТОДОМ N-I ПЕРЕМІКАНЬ

Методом $N-i$ перемикач здійснений синтез параметрів каскаду релейних регуляторів при варіюванні розрахункової амплітуди керуючого впливу. Виконано дослідження перехідних процесів систем третього порядку для випадків управління нейтрально-стійким об'єктом і позиційним електроприводом. Аналіз сімейств перехідних функцій дозволив виявити стійку залежність часу регулювання від розрахункової амплітуди управління. Екстремальний характер такої залежності дозволив обґрунтувати методику корекції параметрів, що забезпечує наближення швидкодії системи до оптимального.

Ключові слова: метод $N-i$ перемикач, релейний регулятор, ковзний режим, позиційний електропривод, оптимізація за швидкодією.

O. L. DERETS, O. V. SADOVOY

PARAMETERS CORRECTION OF QUASI-OPTIMAL IN SPEED THIRD ORDER SLIDING MODE CONTROL SYSTEMS, SYNTHESIZED BY N-I SWITCHING METHOD

Electric servo drives are characterized by the restriction of intermediate coordinates in transient modes. Such restrictions are implemented by a system with cascade controllers. The $N-i$ switching method, which has a relatively simple mathematical apparatus, provides optimization for the speed of cascade sliding mode control systems. In this paper, the $N-i$ switching method was used to synthesize the parameters of the cascade of relay regulators by varying the calculated amplitude of the control action. A comparative study of transients of third-order systems for the cases of controlling a neutral-stable dynamic object and a positional electric drive has been performed. It has been established that at optimal settings of regulators, the duration of transients of the electric drive control system exceeds the optimum one, unlike systems with a neutral object. The analysis of the obtained families of transition functions allowed us to reveal a stable dependence of the regulation time on the calculated control amplitude. The extreme nature of such dependence allowed us to substantiate the method for correcting parameters, ensuring that the speed of the electric drive control system is close to optimal. The technique contains empirical elements and is relevant only in the context of the $N-i$ switching method.

Keywords: $N-i$ switching method, relay controller, sliding mode, position drive, speed optimization.

Введение. Оптимальные по быстродействию переходные траектории систем управления электроприводами в условиях ограничения канонических координат являются существенно нелинейными [1]. Сравнительно простым структурным решением, обеспечивающим реализацию таких траекторий, являются релейные системы подчинённого регулирования с линейными функциями переключения [1,2]. Наряду с предельным быстродействием, их структурными свойствами являются оптимальность по точности и низкая чувствительность к возмущающим воздействиям [2]. Параметрический синтез методом $N-i$ переключений [3] обеспечивает совместную реализацию перечисленных свойств при управлении нейтрально-устойчивым динамическим объектом, которым заменяются реальные электромеханические системы (ЭМС) с целью унификации расчётных траекторий [1,4]. Результатом идеализации объекта управления является незначительное увеличение длительности переходных процессов, что вынуждает классифицировать такие системы как квазиоптимальные. Одной из мер, влияющих на быстродействие систем, синтезированных методом $N-i$ пере-

ключений, является варьирование соотношения реальных и расчётных управляющих воздействий [1,5]. Потенциально данный методологический приём способен стать одним из эффективных способов коррекции динамических характеристик квазиоптимальных по быстродействию систем [5].

Постановка задачи. Согласно методу $N-i$ переключений для оптимального управления динамическим объектом третьего порядка

$$\left. \begin{aligned} p\varphi &= \omega \\ p\omega &= \varepsilon \\ p\varepsilon &= a \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

применяется каскад релейных регуляторов

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} &= u_{R\varphi} = \omega^* = \omega_{\max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} &= u_{R\omega} = \varepsilon^* = \varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \omega - K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} &= u_{R\varepsilon} = u^* = a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon^* - \varepsilon) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $p=d/dt$ – символ дифференцирования по времени

$\varphi, \omega, \varepsilon, \alpha$ – координаты состояния, символы которых соответствуют обозначениям координат позиционного электропривода, принятым в [3–7];

$\omega_{\max}, \varepsilon_{\max}, \alpha_{\max}$ – уровни ограничения скорости, ускорения и рывка;

K – коэффициенты обратных связей;

символ $*$ – заданные значения соответствующих переменных, как входное, так и формируемые регуляторами для подчинённых им контуров.

Двойственная индексация регуляторов $R_1 = R\varphi$, $R_2 = R\omega$, $R_3 = R\varepsilon$ указывает на их положение в иерархии каскада (2) или на регулируемую величину в зависимости от контекста. В такой системе выходная величина регулятора $R\varphi$ является задающим воздействием для контура регулирования ω . В свою очередь, выходной сигнал $R\omega$ имеет смысл заданного значения координаты ε . На выходе $R\varepsilon$ формируется управляющее воздействие, прикладываемое к объекту управления (1).

Коэффициенты обратных связей в общем виде получены в статье [3]

$$K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{\max}}{2\varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2a_{\max}}, K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{\max}}{4a_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12a_{\max}^2}, K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2a_{\max}} \quad (3)$$

Они являются функциями уровней ограничения канонических координат $\omega_{\max}, \varepsilon_{\max}, \alpha_{\max}$.

Аналитические выражения коэффициентов обратных связей оптимальных регуляторов могут быть представлены как функции постоянных времени

$$T_a = \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}, T_\varepsilon = \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}}, T_\omega = \frac{\varphi_{\max}}{\omega_{\max}}, \quad (4)$$

после чего приобретают вид [4,6]

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2}T_a, K_{\varphi\omega} = \frac{1}{2}(T_a + T_\varepsilon), K_{\varphi\varepsilon} = \frac{1}{4}T_aT_\varepsilon + \frac{1}{12}T_a^2. \quad (5)$$

Рассмотрим в качестве реального объекта управления третьего порядка позиционный электропривод, описываемый системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} p\varphi &= \omega = k_r \cdot \omega_m \\ p\omega &= \varepsilon = \frac{k_r \cdot c}{J} \cdot (i - i_s) \\ p\varepsilon &= a = \frac{k_r \cdot c}{J} \cdot \frac{u - R \cdot i - c \cdot \omega}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $\varphi, \omega, \varepsilon, \alpha$ – соответственно угловые положение, скорость, ускорение и рывок исполнительного вала;

u – напряжение преобразователя;

i, i_s – ток якоря и статический, соответственно;

ω_m – угловая скорость вала машины;

k_r – коэффициент редуктора;

R, L, J – сопротивление, индуктивность и момент инерции машины;

$c = k\Phi$, где k – конструктивный коэффициент, Φ – номинальный магнитный поток машины.

Параметры каскада регуляторов (2), синтезированного для управления объектом (6), определяются

на основании уровней ограничения его скорости, ускорения и рывка, а сигнал $R\varepsilon$ имеет амплитуду, равную максимально допустимому напряжению U_{\max} .

Как показано в работе [1], при превышении амплитуды управляющего воздействия над расчётным значением синтезированной методом $N-i$ переключений квазиоптимальная по быстродействию релейная система склонна к раннему вхождению в скользящий режим, а при недостаточном уровне сигнала к позднему. Вместе с тем, влияние внутренних обратных связей делает системы с реальным объектом управления (6) склонными к дотягиванию [5,7] вследствие действия внутренних обратных связей ЭМС. Задача настоящей работы состоит в разработке мер по коррекции динамических характеристик таких систем, которые основаны на учёте амплитуды сигнала управления.

Материалы исследования. Скользящий режим формируется благодаря запасу по амплитуде управляющего воздействия, которая должна превышать его номинальное значение [1,2]. Однако, в отличие от идеального объекта (1), толерантного к варьированию a_{\max} , в реальных электромеханических системах (6) предельное напряжение заложено в их конструктивных характеристиках. Следовательно, диапазон изменений U_{\max} , допустимых в экспериментальном исследовании, сравнительно невелик. Поскольку на характер переходного процесса влияет не сама амплитуда управляющего сигнала, а её соотношение с величиной, принятой при синтезе, выполним варьирование расчётной амплитуды a_{\max} . В результате определим ряд значений параметров каскада (2), задействовав которые построим семейства переходных характеристик выходной координаты $\varphi(t)$. При этом a_{\max} для объекта (1) и U_{\max} для объекта (6) в ходе экспериментов останутся неизменными.

Выполним синтез параметров каскада регуляторов (2) для объекта (1) при уровнях ограничений

$$\omega_{\max} = 100 \text{ с}^{-1}, \varepsilon_{\max} = 800 \text{ с}^{-2}, a_{\max} = 143000 \text{ с}^{-3}. \quad (7)$$

которые соответствуют параметрам электромеханической системы (1)

$$\begin{aligned} R &= 1 \text{ Ом}, c = 2 \text{ В} \cdot \text{с}, J = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, k_r = 1, L = 0.1 \text{ Гн} \\ I_n &= 20 \text{ А}, \omega_n = 100 \text{ с}^{-1}, U_n = 220 \text{ В}, U_{\max} = 1.3 U_n. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда параметры оптимальных регуляторов каскада (2), определённые по формулам (5), равны

$$K_{\omega\varepsilon} = 0.007 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.069 \text{ с}, K_{\varphi\varepsilon} = 0.0004534 \text{ с}^2. \quad (9)$$

Значение максимума старшей производной из (7) является базовым: $a_{\max 0} = 143000 \text{ с}^{-3}$. Задаваясь последовательностью относительных значений максимума старшей производной $a_{\max} / a_{\max 0}$

1) 0,4; 2) 0,7; 3) 1,5; 4) 2,0; 5) 2,5

получим ряд параметров системы управления

$$1) K_{\omega\varepsilon} = 0.0017 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.080 \text{ с}, K_{\varphi\varepsilon} = 0.001194 \text{ с}^2, \quad (10)$$

$$2) K_{\omega\varepsilon} = 0.010 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.073 \text{ с}, K_{\varphi\varepsilon} = 0.00065 \text{ с}^2, \quad (11)$$

$$3) K_{\omega\varepsilon} = 0.0047 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.067 \text{ с}, K_{\varphi\varepsilon} = 0.0003 \text{ с}^2, \quad (12)$$

$$4) \quad K_{\omega\epsilon} = 0.0035 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.066 \text{ с}, K_{\varphi\epsilon} = 0.00022 \text{ с}^2, \quad (13)$$

$$5) \quad K_{\omega\epsilon} = 0.0028 \text{ с}, K_{\varphi\omega} = 0.065 \text{ с}, K_{\varphi\epsilon} = 0.00018 \text{ с}^2, \quad (14)$$

Выполним сравнительную оценку быстродействия систем с данными настройками. На рис. 1, а и 1, б представлены семейства переходных характеристик системы управления с нейтрально-устойчивым динамическим объектом (1) и с ЭМС (6) соответственно.

Общий вид диаграмм свидетельствует о сохранении регуляторами каскада (2) устойчивости по завершении переходного процесса при всех вариантах настройки, однако демонстрирует существенные расхождения траекторий на заключительной стадии динамического режима.

Более подробную оценку поведения системы в области малых отклонений от положения равновесия позволяют выполнить фрагменты диаграмм, представленные на рис. 2. Их обозначения соответствуют нумерации вариантов настроек (10) ÷ (14), базовый (оптимальный) вариант (9) обозначен цифрой 0. В полном соответствии с методом $N-i$ переключений оптимальным быстродействием обладает система с нейтральным объектом (1) при базовом наборе коэффициентов (9) (рис. 2, а, кривая 0).

Прочие варианты настройки характеризуются отклонениями от оптимальной траектории, причём их анализ позволяет выявить следующую устойчивую закономерность. Для обоих вариантов структуры объекта управления система демонстрирует склонность к перерегулированию при увеличении расчётной амплитуды a_{\max} и склонность к дотягиванию при её уменьшении. Причём длительность переходных процессов, оцениваемая по вхождению регулируемой координаты $\varphi(t)$ в заданный диапазон отклонений $\varphi^* \pm \Delta\varphi_0$, имеет выраженный минимум.

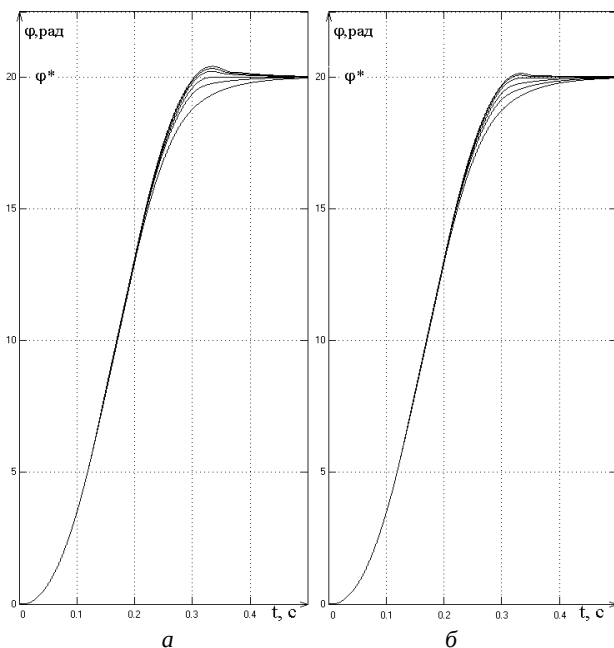


Рис. 1. Переходные характеристики системы:
а – нейтральный объект управления,
б – позиционный электропривод

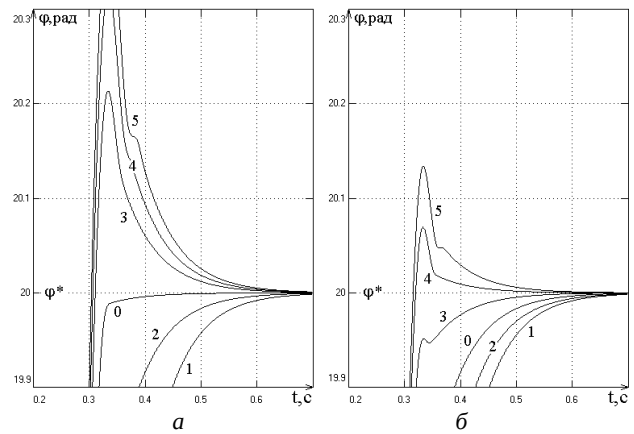


Рис. 2. Конечная стадия переходных процессов системы:
а – нейтральный объект управления,
б – позиционный электропривод

Он отображён на рис. 3, где представлены экспериментальные зависимости длительности регулирования от относительного значения расчётной амплитуды управления, построенные по данным рис. 2 при $\Delta\varphi_0 = 0,02 = 0,001\varphi^*$. Пунктирная линия на рис. 3 относится к системе с нейтрально-устойчивым объектом (1), а сплошная – к системе управления позиционным электроприводом (6). Подчёркнём, что экстремум быстродействия СУЭП смещён относительно базовой настройки $a_{\max} / a_{\max 0} = 1$ в отличие от положения экстремума системы с идеальным объектом управления. Очевидно, что для управления систем управления электроприводами (СУЭП) с близким к оптимальному быстродействием необходимо синтезировать параметры каскада регуляторов (2) с расчётным значением $a_{\max} = 1,85 \cdot a_{\max 0}$, соответствующим положению экстремума её характеристики на рис. 3.

Приведенное в данном примере числовое значение относительной амплитуды, выступающее в роли поправочного коэффициента, получено эмпирическим способом.

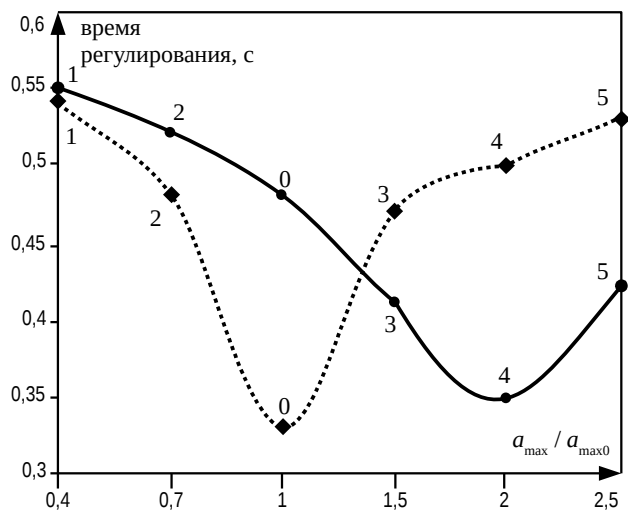


Рис. 3. Зависимость длительности переходного процесса от относительной амплитуды управления:
пунктирная линия – нейтральный объект управления,
сплошная линия – позиционный электропривод

Поскольку представленные на рис. 3 зависимости не удаётся выразить аналитически, для каждого конкретного случая поправка должна находиться опытным путём, а обобщению подлежит только методика её определения.

Необходимо отметить, что закономерность изменения конечной стадии переходного процесса, как и смещение экстремума быстродействия в функции параметров, обосновываются не возможным изменением характера корней уравнения скольжения регулятора $R\phi$. Например, характер кривой 3 на рис. 2,а и 2,б принципиально различен несмотря на одинаковые коэффициенты (12) уравнения скольжения. Причиной видоизменений переходных функций является влияние расчётного запаса по амплитуде управляющего воздействия на характер вхождения регуляторов в скольльзящий режим. Чем меньше расчётная амплитуда сигнала управления a_{\max} или U_{\max} , тем больше запас реальной амплитуды по отношению к заложенной в параметрах, что способствует расширению области существования скольльзящих режимов. Для системы с объектом (6) данный эффект усугубляется склонностью к раннему скольжению [5,7], поэтому для оптимизации её по быстродействию требуется превышение расчётной амплитуды напряжения над действительной её величиной.

Выводы. Выявленная в настоящей работе взаимосвязь параметров релейной системы третьего порядка с длительностью её переходного процесса позволила предложить в контексте метода N - i переключений способ коррекции быстродействия СУЭП в направлении оптимума. Методика сводится к построению семейства переходных характеристик при варьировании расчётной амплитуды напряжения и последующему применению определяемого эмпирически поправочного коэффициента по расчётной амплитуде управляющего воздействия для синтеза оптимальных параметров. Дальнейшее развитие данной методики целесообразно в направлениях её адаптации к случаям различных форм траектории и более высокого порядка систем управления.

Список литературы

1. Садовой А. В., Сухинин Б. В., Сохина Ю. В., Дерет А. Л. Релейные системы оптимального управления электроприводами. Днепропетровск: ДГТУ, 2011. 337 с.
2. Utkin V.I., Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Trans. Automatic Control*. 1977, Vol. AC-22, №2, pp. 212 – 222.
3. Садовой А. В., Дерет А. Л. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N - i переключений. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Сер.: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Харків: НТУ «ХПІ», 2005, № 45. С.71 – 73.

4. Садовой О. В., Дерет О. Л. *Спеціальні питання математичного опису і моделювання динаміки складних систем*. Дніпропетровськ: ДДТУ, 2014. 206 с.
5. Дерет А. Л., Садовой А. В., Сохина Ю. В. Сравнительное исследование релейных систем третьего порядка с оптимальными и модальными регуляторами, синтезированными методом N - i переключений. *Сборник научных трудов ДГТУ*. Каменское: ДГТУ, 2018, № 32. С.59 – 63.
6. Дерет А. Л., Садовой А. В. Синтез каскадно-подчинённых структур релейно-модальных систем с распределением корней на основе метода N - i переключений. *Вісник Національного технічного університету. Сер.: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017, № 27. С.75 – 79.
7. Derets O., Sadovoy O. Investigation of the third-order sliding mode control system with different structures of the control objects synthesized by the N - i switching method. *Proceedings of the International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. MEES, 2017. pp. 100 – 103.

References (transliterated)

1. Sadovoy A. V., Suhinin B. V., Sohina Yu. V., Deret A. L. *Releynye sistemy optimal'nogo upravleniya elektropriivodami* [Relay systems for optimal control of electric drives]. Dneprodzerzhinsk: DGTU, 2011. 337 p.
2. Utkin V.I., Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Trans. Automatic Control*. 1977, vol. AC-22, №2, pp. 212 – 222.
3. Sadovoy A. V., Deret A. L. Parametricheskij sintez pozicionnyh relejnyh sistem podchinennoho regulirovaniya metodom N - i pereklyuchenij [Parametric synthesis of sliding mode subordinate control systems by the N - i switching method]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu "Kharkivskiy politekhnichnyi instytut"*. Ser.: *Problemy avtomatyzovanoho elektropriivoda. Teoriia i praktyka* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Problems of automated electrodrives. Theory and practice]. Kharkiv: NTU "KhPI", 2005, № 45. pp.71 – 73.
4. Sadovoi O. V., Derets O. L. *Spetsialni pytannia matematychnoho opysu i modeliuvannia dynamiky skladnykh system* [Special issues of mathematical description and dynamics simulation of complex systems]. Dniprodzerzhynsk: DDTU, 2014. 206 p.
5. Deret A. L., Sadovoy A. V., Sohina YU. V. Sravnitel'noe issledovanie relejnyh sistem tret'ego porjadka s optimal'nymi i modal'nymi regul'yatorami, sintezirovannymi metodom N - i pereklyuchenij [Comparative study of third-order relay systems with optimal and modal controllers, synthesized by the N - i switching method]. *Sbornik nauchnyh trudov DGTU* [Bulletin of DSTU]. Kamenskoe: DGTU, 2018, № 32. pp. 59 – 63.
6. Deret A. L., Sadovoy A. V. Sintez kaskadno-podchinyonnyh struktur relejno-modal'nyh sistem s raspredeleniem kornej na osnove metoda N - i pereklyuchenij [Synthesis of cascade-subordinated structures of relay-modal systems with pole placement based on N - i switching method]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Ser.: Problemy avtomatyzovanoho elektropriivoda. Teoriia i praktyka* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Problems of automated electrodrives. Theory and practice]. Kharkiv: NTU "KhPI", 2017, № 27. pp. 75 – 79.
7. Derets O., Sadovoy O. Investigation of the third-order sliding mode control system with different structures of the control objects synthesized by the N - i switching method. *Proceedings of the International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. MEES, 2017. pp. 100 – 103.

Поступила 17.05.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Дерет Олександр Леонідович (Дерет Александр Леонидович, Derets Oleksandr Leonidovich) – кандидат технічних наук, доцент, Дніпровський державний технічний університет, доцент кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: ald_dstu@i.ua

Садовой Олександр Валентинович (Садовой Александр Валентинович, Sadovoi Oleksandr Valentinovich) – доктор технічних наук, професор, Дніпровський державний технічний університет, професор кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: sadovoyav@ukr.net